

*Salvador Rojí Ferrari**

La ley potencial del IGBM: Una aproximación a la Econofísica en el mercado bursátil español

The power law of IGBM: An approach to Econophysics in the Spanish stock market

RESUMEN

Este trabajo pretende avanzar en la investigación de parámetros definidos en el entorno de la Econofísica, como las leyes de escala y de la ley potencial de las distribuciones de las variaciones de los precios aplicados a varios subíndices sectoriales de la Bolsa de Madrid. Debido a desviaciones de la distribución normal gaussiana (leptocurtosis y extremos gruesos), Mandelbrot y otros han investigado la posibilidad de una ley potencial en las rentabilidades bursátiles. Nuestro cometido es replicar dichas investigaciones a la plaza madrileña con la intención de desvelar y calcular el exponente de la ley potencial de cada uno de los cuatro sectores seleccionados del Índice General de la Bolsa de Madrid, y compararlos con los resultados encontrados en otras plazas.

Palabras claves: Econofísica, ley potencial, rentabilidades bursátiles, ley de escala.

JEL: G19

ABSTRACT

Our intention is to advance in the research of some variables defined within the framework of Econophysics, specifically, the scaling and power law of the distributions of price fluctuations for four industrial sectors in the Madrid Stock Exchange. Due to deviations from the Gaussian normal distribution (leptokurtosis and thick tails), Mandelbrot and others have researched the possibility of a power law embedded in the returns of stocks. Our goal is to use their models to the Spanish Stock Exchange with the intention to reveal and calculate the exponents of the power laws for each of the selected industrial sectors, and compare them with those found in other exchanges.

Keywords: Econophysics, power law, Stock Exchange returns, scale law.

JEL: G19

Recibido: 30 de enero de 2014

Aceptado: 23 de febrero de 2014

* srojifer@ccee.ucm.es. Universidad Complutense de Madrid

1. INTRODUCCIÓN

Hoy en día, existe una tendencia a que algunos físicos investiguen los sistemas financieros, proporcionando una cierta complementariedad a los trabajos propios de los economistas y, en algunos casos, trabajando en grupos interdisciplinarios. La lista de trabajos de investigación es muy extensa y no resulta extraño que un departamento de Física Teórica o Ingeniería de muchas universidades publique artículos sobre teoría financiera.

Destacan fundamentalmente dos enfoques: los análisis de series temporales bursátiles históricas, y el estudio de la conducta de los mercados por medio de la utilización de modelos microscópicos o de aproximación basados en los agentes. El punto de partida es el trabajo de Mandelbrot sobre el precio del algodón de 1963, y seguido por diferentes investigaciones recogidos en compendios (Mandelbrot, 1997; Arthur et al 1997; Stanley y Mantegna, 2000; Levi, Levi, Solomon, 2000; Johnson et al, 2003), y los números de las revistas *International Journal Theoretical Applied Physics* (1999) y *Physica A* (2000). Centrándonos en el análisis de las series temporales bursátiles y, a partir de estos trabajos, se han desarrollado diferentes hipótesis que modelan su distribución, como las leyes de escala y potencial, recogidas en modelos como el estable Levy, o la funcional de ley potencial no-estable.

Exploran la utilización de algunos conceptos y métodos de la física estadística, modificada y adaptada, para proporcionar una mayor claridad en los estudios sobre los mercados de capitales, generando una nueva sub-disciplina llamada Econofísica. Sin embargo, y debido en parte a un viejo cliché que, por lo menos, se remonta a Auguste Comte (1798-1857), según el cual, disciplinas más perfectas, como la Física, instruyen, guían y sirven como ejemplos a emular a otras menos perfectas, como la Economía, sin que sea esta relación recíproca, ha existido y todavía existe una conciencia de servilismo de la una con respecto a la otra. Esto ha causado que, entre otras, la distribución de escala o de ley potencial de Pareto, desarrollada por Zipf en los años cuarenta, fuese marginada con respecto a la distribución log-normal o la gaussiana, o que algunas teorías y sus corres-

pondientes modelos sobre redes no aleatorias aplicables a las empresas y los mercados financieros tuviesen que esperar al cambio de milenio para recibir una cierta atención. Y esa atención ha sido, esta vez, recogida por la comunidad de físicos para intercambiar estos conceptos en un entorno interdisciplinario, alguno de los cuales procedemos a estudiar en este trabajo.

Estudios empíricos muestran que la distribución de las rentabilidades tienen un cierto nivel de leptocurtosis (Fama, 1965) debido fundamentalmente a la formación de burbujas especulativas y los subsiguientes «*crash*» bursátiles (Shiller, 1989). Ello ha generado nuevas hipótesis como la de la ley potencial y la de la escala (Mandelbrot 1963). Por ejemplo, la distribución de la altura del género humano sigue una distribución normal, sin embargo, el tamaño de las poblaciones o las guerras, y la utilización del vocabulario, medido por su frecuencia, no siguen dicha ley. Así tenemos que existen unas pocas ciudades de 10 o más millones de habitantes, unas cuantas entre 5 y 10, muchas entre 1 y 5, etc., estableciéndose una relación entre el tamaño y la frecuencia sin afinidad con una distribución normal, pues las diferencias de tamaño son enormes. Estas diferencias, empero, siguen una ley potencial, no diferente que la de Pareto sobre la distribución de la renta. Por el otro lado, la distribución de la altura en los seres humanos es normal, en el sentido de que la dispersión, media, curtosis, sesgo, etc., siguen la norma empírica, y las diferencias son relativamente pequeñas. Pues bien, las rentabilidades bursátiles muestran diferencias tales que su distribución podría ser medida, mejor que a través de la distribución normal, por medio de una ley potencial.

También pueden mostrar, como con las ciudades o con las palabras, la propiedad de la escala temporal (Mandelbrot, 1963), es decir, la distribución de las rentabilidades para un rango de incrementos temporales, dentro de un umbral determinado, poseen formas funcionales similares.

Un factor clave en los cálculos de las leyes potenciales y de escala es la distribución acumulada de las rentabilidades, tanto para empresas como para índices. En sucesivos trabajos sobre la conducta de la distribución, (Gopikrishnan et al, 2000; Stanley et al, 2000; Pleerou

et al, 1999), medido en términos de una hipotética ley potencial asintótica, se ha calculado un exponente cercano a 3, bien alejado del exponente del régimen estable de Lévy $0 < \alpha < 2$ (Mandelbrot, 1963). Éste valor de Lévi representa un índice del valor medio de la distribución o nivel de leptocurtosis de una distribución caracterizada por los extremos “hinchados” y el pico demasiado alto, la cual define a las series temporales bursátiles y que se adecuan a la distribución de Lévy, la cual utiliza varios parámetros que definen cada uno los momentos estadísticos (media de dispersión, sesgo, curtosis, etc.).

En la distribución de Lévy, si α tuviese un valor de 2, entonces, la varianza sería finita y estable, propia de una distribución normal. Si inferior a 2, entonces, la varianza es infinita o indefinida y estamos, por lo tanto, ante un movimiento browniano fraccional). Mandelbrot llama a una serie con un exponente único unifractal, y a la propiedad de escala, auto-afinidad, El valor α también está íntimamente relacionado con el exponente de escala, variable que pretendemos calcular para varias familias de subíndices del IGBM, por lo que generalmente se comparan ambos datos.

2. LA LEY DE ESCALA EN LA BOLSA DE MADRID

Históricamente, la bolsa española, en comparación con otras bolsas de los países más desarrollados, ha mantenido un nivel de volatilidad relativamente alto. También, la liquidez y capitalización, tanto en su conjunto como en cada uno de los sectores, excepto en unos pocos títulos, se aleja de los volúmenes propios de pla-

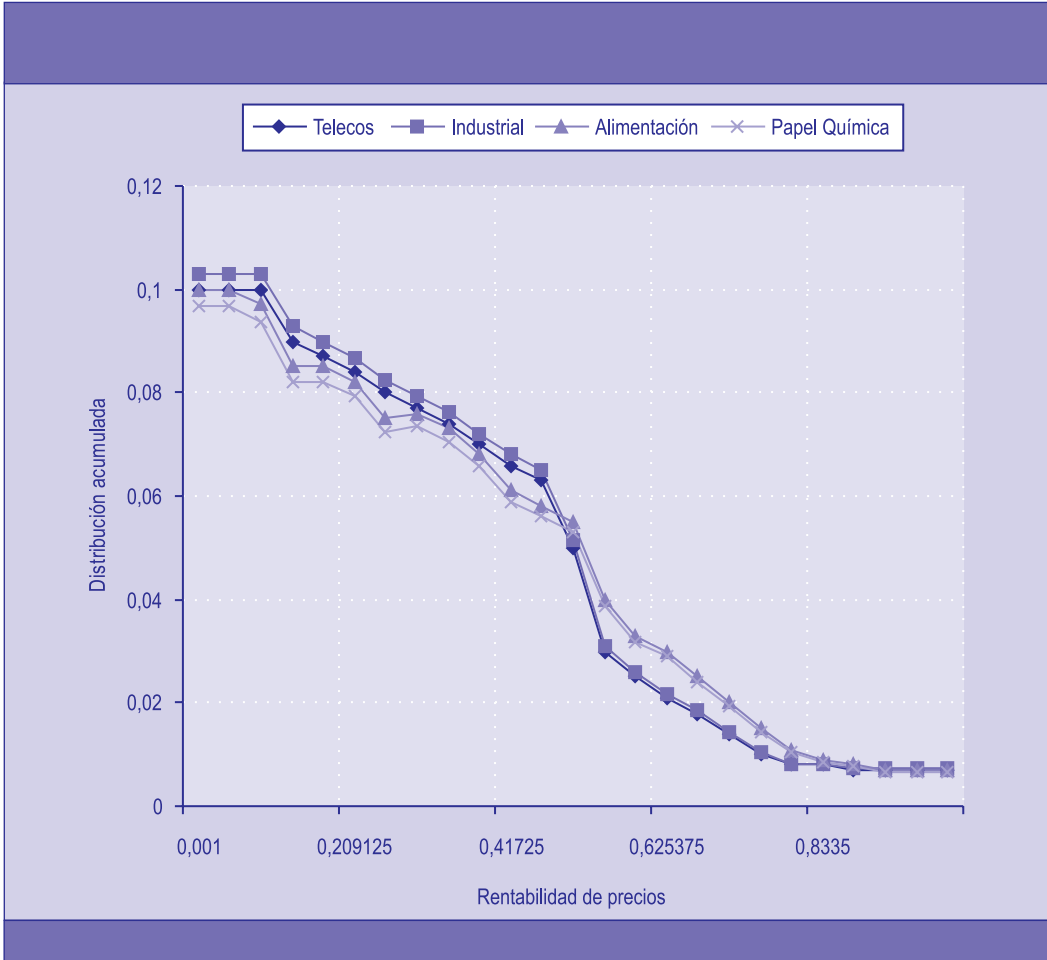
zas como NYSE o LSE, de ahí el interés de analizar la distribución de las rentabilidades con la intención de observar y calibrar una supuesta ley potencial en una plaza relativamente ruidosa como es la española.

En este trabajo estudiamos cuatro subsectores del IGBM elegidos al azar: telecomunicaciones, industrial, alimentación, papel-química. Para cada uno analizamos la rentabilidad $G_i = \ln S_i(t+1) - \ln S_i(t)$ según el procedimiento usual. Con el ánimo de evitar caer en interpretaciones ajenas a la propia dinámica pura de los datos, hemos elegido un periodo no especificado, que cubre, al utilizar datos diarios, doscientos días de cotización.

El gráfico 1 muestra la distribución acumulada de rentabilidades de los cuatro subsectores para $\Delta t = 1$ día, cuya probabilidad de rentabilidades sea superior a un umbral elegido arbitrariamente pero aproximado, tras observar la evolución de las variaciones de las rentabilidades, entre un 0,1 y un 0,001. Así, aquellos resultados de la probabilidad acumulada se especifican en la ordenada y los diferentes umbrales en la abscisa. Seguidamente llevamos a cabo una regresión entre las rentabilidades y la distribución acumulada, donde la pendiente tiene un valor negativo α que, en términos de ley potencial, corresponde con

$$P(G_i > x) \sim \frac{1}{x^\alpha},$$

donde α representa el exponente de la ley potencial declinante (pendiente negativa).



Los resultados muestran las siguientes pendientes o exponentes de la ley potencial:

Telecos	Industrial	Alimentación	Papel-química
3,7	3,6	3,2	3,3

El valor medio de las cuatro series es de $\alpha = 3,45$ de valor, relativamente superior al valor 3 encontrado por los demás estudios efectuados en series temporales norteamericanas (Gopikrishnan et al, 2000; Stanley et al, 2000; Pleerou et al, 1999). Sin embargo, las series de alimentación y de papel-química poseen unas pendientes α más cercanas al valor 3, umbral de la distribución de Lévy. Valga decir que las escalas de tiempo utilizadas en las referencias de los estudios de las series temporales norteamericanas (NYSE, NASDAQ, AMEX) son a un nivel intradía, en ocasiones intervalos de 1 minuto y, por lo tanto, basándonos en la evidencia de que las volatilidades dependen del tiempo y revierten en la media (Hsieh, 1995), bien podrían existir dudas sobre una posible extrapolación a niveles superiores de tiempo.

Estudios previos que investigan dependencias temporales (Granger, 1980, Hsieh, 1995; Gopikrishnan et al, 2000; Johnson et al, 2003, cap. 3º) muestran que los procesos estocásticos que subyacen en los cambios de los precios se caracterizan por una disminución exponencial de la función de autocorrelación, con un tiempo característico de 4 minutos, pero que, si el cambio de los precios se mide en términos absolutos, existe una persistencia de las autocorrelaciones de varios meses.

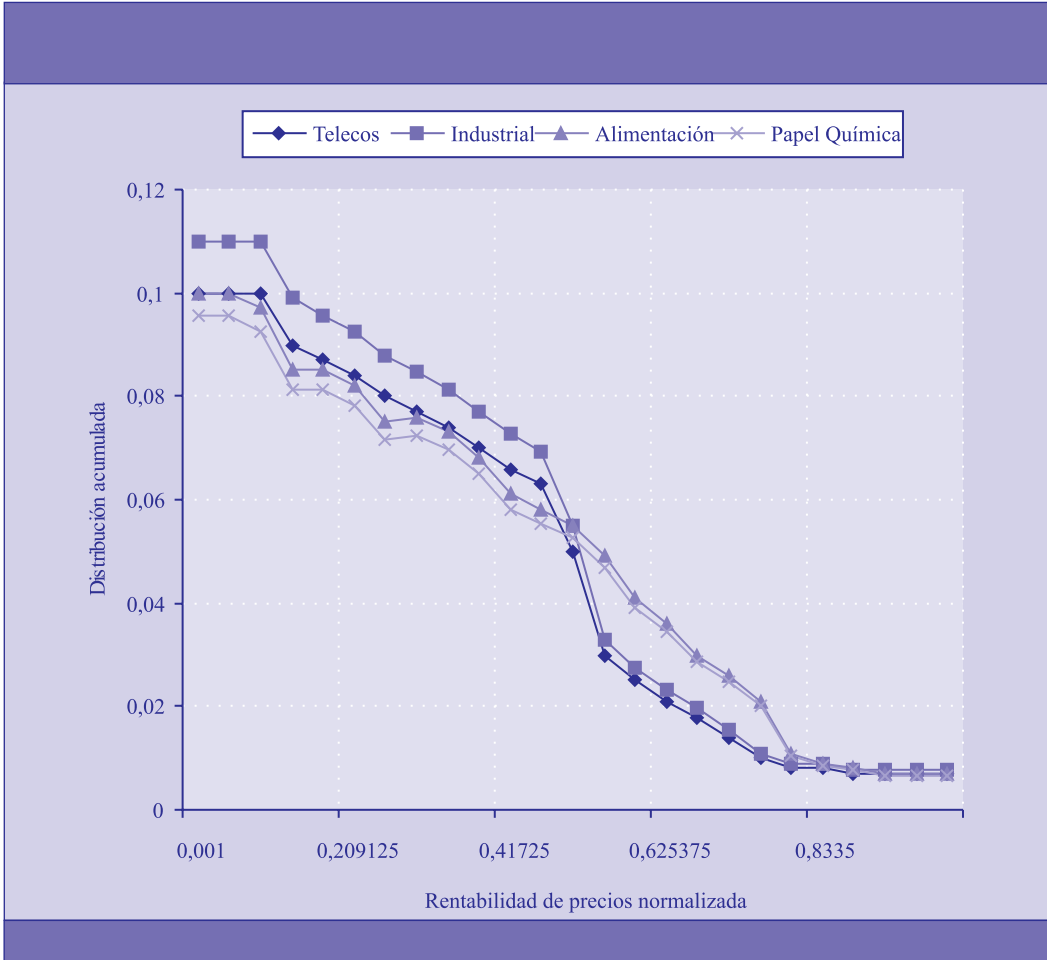
En un estudio sobre el índice S&P 500, y el Nikkei, (Gopikrishnan et al, 1999), estiman un valor de $\alpha \sim 3$, similar para títulos individuales y, para periodos de

medición de un día. Sin embargo, y paradójicamente, para periodos superiores a 4 días, se da una convergencia con la conducta gaussiana, similar a la de títulos individuales. Por último, Liu et al (1999) muestran que la distribución acumulada de las volatilidades también es consistente con una conducta asintótica de ley potencial, caracterizada con un exponente $\alpha \sim 3$, similar al encontrado en la distribución de las rentabilidades, tanto en índices como en títulos individuales, y para periodos similares a los utilizados en los estudios sobre distribución de las rentabilidades.

Por otro lado, los investigadores que comparan el estable de Lévi y que han utilizado en sus trabajos datos diarios, semanales e incluso mensuales, con el exponente de escala a nivel intradía también manejan datos y modelos no totalmente comparables. Para poder comparar las rentabilidades de diferentes sectores con diferentes volatilidades, normalizamos las rentabilidades al dividir las por su desviación típica, de tal manera que definimos una nueva variable:

$$g_i = (G_i - \langle G_i \rangle) / v_i,$$

siendo $\langle G_i \rangle$ la esperanza matemática de todas las rentabilidades utilizadas, y v_i su desviación típica sobre el periodo considerado. Se calculan los valores del exponente por medio de otra regresión, de tal manera que



$$P(g>x) \sim \frac{1}{x^\alpha}$$

Siguiendo las indicaciones de otros estudios (Gopikrishnan et al, 2000; Stanley et al, 2000; Pleerou et al, 1999), utilizamos un rango para g de rentabilidades de $2 < g < 80$ dando unos resultados ligeramente inferiores que los obtenidos en dichos estudios ($\alpha = (2,3-2,5)$), con un exponente medio α alrededor del 2,4 (ver cuadro adjunto). Es

decir, la distribución acumulada de las rentabilidades de los sectores del IGBM puede describirse según una conducta asintótica de ley potencial, que se caracteriza por un exponente alrededor de 2,4. Sin embargo, nuestros resultados también son superiores al del régimen estable de Levy $0 < \alpha < 2$ (Mandelbrot, 1997).

Telecos	Industrial	Alimentación	Papel-química
2,4	2,5	2,3	2,3

3. CONCLUSIONES

Dado que se considera a la bolsa madrileña con la característica de poseer un carácter de plaza bursátil ruidosa - que no ineficiente- la interpretación de estos resultados, y siguiendo a Mandelbrot, (1963), y Stanley et al, (2000), es que la distribución acumulada de las rentabilidades de los cuatro sectores analizados del IGBM se adecua a una varianza finita, según una conducta asintótica de ley potencial, que se caracteriza por un exponente alrededor de 2,4.

Esto contradice al régimen estable de Lévi y, por lo tanto, no es totalmente consistente con una ley estable. Esta conclusión apoya a los resultados de Stanley et al (2000) y Johnson et al, 2003, para plazas de mayor capitalización y liquidez. En ellas, se muestra que la distribución de las rentabilidades, al incrementar los tiempos de escala, tienden hacia una distribución normal.

Sin embargo, al realizar un estudio con escalas temporales como las que hemos utilizado en nuestro trabajo, es decir, diarias, Stanley et al muestran que la distribución de las rentabilidades mantienen la misma forma funcional en un rango amplísimo entre 5 minutos y 16 días o 6240 minutos. Es decir, es, a partir de los 16 días cuando la convergencia hacia una distribución gaussiana empieza a darse, y a una tasa muy lenta, indicativa de dependencias temporales, impropias para la aplicación del teorema central del límite.

Entre los trabajos futuros a realizar en la plaza española podría consistir en variar los tiempos de escala entre un rango amplio como los realizados en los trabajos comentados (a partir de datos intradía mínimos hasta

días) para así poder observar la evolución del exponente de escala y estudiar si las rentabilidades mantienen una misma forma funcional y, en su caso, el dato temporal de convergencia con la distribución gaussiana. Otro trabajo futuro aplicable a la plaza española podría consistir en buscar la ley potencial de Clark, es decir, la relación entre el volumen diario y los tiempos de contratación, con la intención de su comparación con los resultados de otras plazas.

5. BIBLIOGRAFÍA

- Arthur, B., Holland, J., Lebaron, Palmer, R., Tayler, P. (1997): *Asset Pricing Under Endogenous Expectations in an Artificial Stock Market*, en Arthur, B., Durlauf, S., Lane, D., *The Economy as an Evolving Complex System II*, Reading, MA, Addison.
- Fama, E. (1965): *The Behavior of Stock Market Prices*, J. of Business, 38, p. 34-105.
- Gopikrishnan, P., Plerou, V., Amaral, L., Meyer, M., Stanley, H. (1999): *Scaling of the Distribution of Fluctuations of Financial Market Indices*, Physical Review E, vol. 60, 5.
- Gopikrishnan, P., Plerou, V., Liu, Y., Amaral, L., Gabaix, X., Stanley, H. (2000): *Scaling and Correlation in Financial Time Series*, Physica A, 287, pág. 362-373.
- Granger C. (1980): *Long Memory Relationships and the Aggregation of Dynamic Models*, Journal of Econometrics 14, pág. 227-238.
- Hsieh, D. (1995): *Nonlinear Dynamics in Financial Markets: Evidence and Implications*, Financial Analyst Journal, julio-agosto.
- Johnson, N., Jefferies, P., Hui, P.(2003): *Financial Market Complexity*, Oxford UP.

- Levy, M., Levy, H., y Solomon, S. (2000): *Microscopic Simulation of Financial Markets*, Academic Press, NY.
- Liu, Y., Gopikrishnan, P., Cizeau, Meyer, Peng, Stanley, E. (1999): *Statistical Properties of the Volatility of Price Fluctuations*, Phys. Rev. E 60, 1390–1400 (1999).
- Mandelbrot, B. (1963). *The Variation of Certain Speculative Prices*, Journal of Business, 36, incluido en la edición de Mandelbrot (1997).
- Mandelbrot, B. (1997): *Fractals, and Scaling in Finance*, Springer, NY.
- Mantegna, R. y Stanley, H. (2000): *An Introduction to Econophysics*, Cambridge UP.
- Plerou, V., Gopikrishnan, P., Amaral, L., Meyer, M., Stanley, H. (1999): *Scaling of the Distribution of Price Fluctuations of Individual Companies*, Physical Review E, vol. 60.
- Shiller, R. (1989): *Market Volatility*, Cambridge, Mass, The MIT Press.
- Stanley, H., Gopikrishnan, Plerou, V., Amaral, L. (2000): *Quantifying fluctuations in Economic Systems by Adapting Methods of Statistical Physics*, Physica A, 287, pág. 339-361.